RESUMEN DE LAS PRUEBAS DE CONVERGENCIA PARA SERIES

Prof. Cáceres
2007

PRUEBA	SERIE	CONVERGE	DIVERGE	COMENTARIO
Prueba de la divergencia	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$		$\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$	Esta prueba no se puede usar para probar convergencia
Serie Geométrica	$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$	$\lvert r \rvert < 1$	$\lvert r \rvert \geq 1$	Suma $S = \frac{a}{1-r}$
Serie Telescópica	$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n+1})$	$\lim_{n\to\infty} b_n = L$		Suma $S = b_1 - L$
p-series	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$	p>1	$p \leq 1$	Para p=1 se llama la serie armónica
Series Alternantes	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} b_n$	$0 < b_{n+1} \leq b_n$ y $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$		$\lvert R_n \rvert = \lvert S - S_n \rvert \leq b_{n+1}$ El criterio también se puede aplicar si los b_n son decrecientes a partir de algún N que no necesariamente sea $N = 1$.
Integral (f es continua, positiva y decreciente en $[1,\infty)$ **)**	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $a_n = f(n) \geq 0$	$\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ converge	$\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ diverge	$\int_{n+1}^{\infty} f(x)\,dx \leq R_n \leq \int_{n}^{\infty} f(x)\,dx$ donde $R_n = S - S_n$ El criterio también se puede aplicar aunque la serie no comience en $n = 1$.
Razón	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert < 1$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert > 1$	El criterio no decide si $\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert = 1$
Raíz	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n \rvert} < 1$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n \rvert} > 1$	El criterio no decide si $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n \rvert} = 1$
Comparación $(a_n, b_n > 0)$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$a_n \leq b_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge	$b_n \leq a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge	
Comparación por Límite $(a_n, b_n > 0)$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = L > 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge	$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = L > 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge	El criterio no decide si $L = \infty$ o $L = 0$
Convergencia Absoluta	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\sum_{n=1}^{\infty} \lvert a_n \rvert$ converge		Para analizar la serie de los valores absolutos se pueden usar los criterios de comparación, el de la integral, el de la razón o el de la raíz