

Solución de Ejercicios: Ecuaciones Polinómicas

1. $4x - (3x - 4) = 6x - (3 - 8x) + (-2x + 29)$

Solución

- a) suprimir paréntesis; $4x - 3x + 4 = 6x - 3 + 29 - 4$
- b) Transponer términos; $4x - 3x - 6x - 8x + 2x = -3 + 29 - 4$
- c) Reducir términos; $-11x = 22$
- d) Despejar x; $x = 22/-11$
- e) Solución; $x = -2$

En los ejercicios que sigues se proceden de la misma forma.

2. $6x - (4x - 7) = 5x - (4 - 9x) + (-4x + 35)$

Solución

$$\begin{aligned}6x - 4x + 7 &= 5x - 4 + 9x - 4x + 35 \\6x - 4x - 5x - 9x + 4x &= -4 + 35 - 7 \\-8x &= 26\end{aligned}$$

La solución es: $x = -\frac{13}{4}$.

3. $9x + (-2x + 8) = 3x + (5 - 6x) - (-5x - 18)$

Solución

$$\begin{aligned}9x - 2x + 8 &= 3x + 5 - 6x + 5x + 18 \\9x - 2x - 3x + 6x - 5x &= 5 + 18 - 8 \\5x &= 15\end{aligned}$$

La solución es: $x = 3$.

4. $6(x + 3) + 2(x - 5) = 4(x - 3) + 3(x + 7)$

solución

Distribuyendo y eliminado los signos de agrupación:

$$6x + 18 + 2x - 10 = 4x - 12 + 3x + 21$$

$$6x + 2x - 4x - 3x = -12 + 21 + 10$$

La solución es: $x = 19$.

5. $6x^2 + 7x - 5 = 0$

Solución

La ecuación es equivalente a: $(3x + 5)(2x - 1) = 0$, las soluciones del polinomio factorizado son los términos que anulan uno cualquiera de los factores:

$$3x + 5 = 0 \leftrightarrow x = -\frac{5}{3} \quad \text{y} \quad 2x - 1 = 0 \leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Por lo tanto, las soluciones son: $x = -\frac{5}{3}$ y $x = \frac{1}{2}$.

6. $16x = 2x^4$

Solución

La ecuación es equivalente a: $2x^4 - 16x = 0$

Factorizando $2x$ tenemos: $2x(x^3 - 8) = 0$

Por propiedades de factorización: $2x(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$

Donde $(x^2 + 2x + 4)$ no tiene solución real, $x = 0$ y $x = 2$ son soluciones de la ecuación.

7. $x^2 - 5x + 6 = 0$

Solución

$x^2 - 5x + 6 = 0$, las soluciones obtenemos utilizando la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} =$$

$\nearrow x_1 = \frac{12}{4} = 3$

$\searrow x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Por lo tanto la solución es: $x_1 = 3$ y $x_2 = \frac{1}{2}$.

8. $x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$

Solución

Por agrupación de términos se tiene: $(x^3 + x^2) + (4x + 4) = 0$

$$x^2(x + 1) + 4(x + 1) = 0$$

Sacando factor común: $(x^2 + 4)(x + 1) = 0$

$(x^2 + 4) = 0$ no tiene solución real y $x + 1 = 0 \leftrightarrow x = -1$

Por consiguiente, la solución es: $x = -1$.

9. $x^4 + x^2 - 12 = 0$

Solución

$$x^4 + x^2 - 12 = 0$$

$$z = x^2$$

$$z^2 + z - 12 = 0$$

$$(z + 3)(z - 4) = 0$$

$$z + 3 = 0 \quad z - 4 = 0$$

$$z = -3 \quad z = 4$$

$$x^2 = -3 \quad x^2 = 4$$

Donde la $x^2 = -3$ no tiene solución y $x^2 = 4 \leftrightarrow x = 2$ y $x = -2$.

La solución de la ecuación es: $x = 2$ y $x = -2$.

10. $2x^3 - 4x^2 - 7x = -x^2 + x + 3$

Solución

La ecuación es equivalente a: $2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = 0$

Para poder expresar en factores hacemos uso de la división por Ruffini.

	-1	2	-3	-8	-3
		2	-2	5	3
3		2	-5	-3	0
		2	6	3	
		2	1	0	

El polinomio queda expresado en factores de la forma: $(x + 1)(x - 3)(2x + 1) = 0$.

Donde:

$x = -1$, $x = -\frac{1}{2}$ y $x = 3$ son soluciones de la ecuación.

11. $(2x - 3)(1 - x)(x + 6) = 0$

Solución

Como el polinomio está factorizado las soluciones de la ecuación son los números que anulan uno cualquiera de los factores:

De donde igualamos cada factor a cero con la finalidad de encontrar los valores de x .

$$2x - 3 = 0 \leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$1 - x = 0 \leftrightarrow x = 1$$

$$x + 6 = 0 \leftrightarrow x = -6$$

Por lo tanto, las soluciones son $x = \frac{3}{2}$, $x = 1$ y $x = -6$.

12. $2x^3 + 5x^2 = 0$

Solución

Para resolver esta ecuación, al ser el término independiente 0, se saca factor común x^2 , quedando $x^2(2x + 5) = 0$. Al estar el polinomio factorizado las soluciones son los términos que anulan uno cualquiera de los factores:

$$x^2 = 0 \leftrightarrow x = 0 \text{ doble}$$

$$2x + 5 = 0 \leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$$

Por tanto, las soluciones son $x = 0$ doble y $x = -\frac{5}{2}$.

13. $x^4 - 25 = 0$

Solución

Teniendo en cuenta que el polinomio $x^4 - 25$ es diferencia de cuadrados, la ecuación se puede escribir de la forma $(x^2 - 5)(x^2 + 5) = 0$.

Las soluciones de la ecuación son los números que anulan uno cualquiera de los factores. Como la ecuación $x^2 + 5 = 0$ no tiene solución, las únicas soluciones de la ecuación inicial son las de $x^2 - 5 = 0$, es decir, $x = \sqrt{5}$ y $x = -\sqrt{5}$.

14. $4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 0$

Solución

Para factorizar el polinomio $4x^3 + 8x^2 - x - 2$ se tiene en cuenta que los divisores enteros del término independiente, -2 , son $1, -1, 2$ y -2 . Sustituyendo dichos valores en la ecuación se observa que únicamente $x = -2$ es solución. Dividiendo $4x^3 + 8x^2 - x - 2$ entre $x - (-2) = x + 2$, mediante la regla de Ruffini, se tiene:

-2	4	8	-1	-2
	4	-8	0	2
	4	0	-1	0

Por lo tanto, el polinomio se puede escribir de la forma $4x^3 + 8x^2 - x - 2 = (x + 2)(4x^2 - 1)$ y la ecuación inicial se puede expresar como $(x + 2)(4x^2 - 1) = 0$. Así, las soluciones de la ecuación son los números que anulan uno cualquiera de los factores:

$$x + 2 = 0 \leftrightarrow x = -2 \text{ y } 4x^2 - 1 = 0 \leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ y } x = -\frac{1}{2}$$

Por tanto, las soluciones son: $x = -2$, $x = \frac{1}{2}$ y $x = -\frac{1}{2}$.

15. $x^5 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 5x - 3 = 0$

Solución

Aplicando la regla de Ruffini para factorizar el polinomio $x^5 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 5x - 3$, se obtiene:

-1	1	-1	-4	-4	-5	-3
			-1	2	2	3
-1	1	-2	-2	-2	-3	0
		-1	3	-1	3	
3	1	-3	1	-3	0	
		3	0	3		
	1	0	1	0		

La ecuación queda expresada de la forma $(x - 1)^2(x - 3)(x^2 + 1) = 0$ de donde:

$(x - 1)^2 = 0 \leftrightarrow x = -1$ doble, $x - 3 = 0 \leftrightarrow x = 3$ y $x^2 + 1 = 0$ no tiene solución

Por lo tanto, las soluciones son: $x = -1$ doble y $x = 3$.

INSTRUCTOR: OSCAR TOMAICONZA

MATE 0066.