

Factorización de Trinomios

Instructor: Oscar Porfirio Yupanqui Huamán

(Soluciones)

1. Factorización de un trinomio cuadrado perfecto

- $y^4 - 8y^2 + 16$

y^4 es el cuadrado de y^2

16 es el cuadrado de 4

$2(y^2)(4)$ es igual a $8y^2$

Por lo tanto:

$$y^4 - 8y^2 + 16 = (y^2 - 4)^2$$

El signo es negativo porque $-8y^2$ es negativo.

- $1 + 49a^2 - 14a$

Podemos ordenar el trinomio convenientemente: $49a^2 - 14a + 1$

$49a^2$ es el cuadrado de $7a$

1 es el cuadrado de 1

$2(7a)(1) = 14a$

Por lo tanto:

$$49a^2 - 14a + 1 = (7a - 1)^2$$

El signo es negativo porque $-14a$ es negativo.

- $4x^2 - 12xy + 9y^2$

$4x^2$ es el cuadrado de $2x$

$9y^2$ es el cuadrado de $3y$

$$2(2x)(3y) = 12xy$$

Por lo tanto:

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$$

El signo es negativo porque $-12xy$ es negativo.

- $\frac{a^2}{4} - ab + b^2$

$\frac{a^2}{4}$ es el cuadrado de $\frac{a}{2}$

b^2 es el cuadrado de b

$$2\left(\frac{a}{2}\right)(b) = ab$$

Por lo tanto:

$$\frac{a^2}{4} - ab + b^2 = \left(\frac{a}{2} - b\right)^2$$

El signo es negativo porque $-ab$ es negativo.

- $\frac{9}{4}x^2 + 2xy + \frac{4}{9}y^2$

$\frac{9}{4}x^2$ es el cuadrado de $\frac{3}{2}x$

$\frac{4}{9}y^2$ es el cuadrado de $\frac{2}{3}y$

$$2\left(\frac{3}{2}x\right)\left(\frac{2}{3}y\right) = 2xy$$

Por lo tanto:

$$\frac{9}{4}x^2 + 2xy + \frac{4}{9}y^2 = \left(\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y\right)^2$$

El signo es positivo porque $2xy$ es positivo.

2. Factorización de un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

- $y^2 - 4y + 3$

Tenemos que encontrar 2 números cuya suma sea -4 y cuyo producto sea 3:

-1 y -3 suman -4

-1 por -3 es igual a 3

Por lo tanto:

$$y^2 - 4y + 3 = (y - 1)(y - 3)$$

- $20 + a^2 - 21a$

Primero, ordenamos el trinomio convenientemente: $a^2 - 21a + 20$

Ahora, tenemos que encontrar 2 números cuya suma sea -21 y cuyo producto sea 20:

-1 y -20 suman -21

-1 por -20 es igual a 20

Por lo tanto:

$$a^2 - 21a + 20 = (a - 1)(a - 20)$$

- $x^4 - 8x^2 + 15$

Tenemos que encontrar 2 números cuya suma sea -8 y cuyo producto sea 15:

-3 y -5 suman -8

-3 por -5 es igual a 15

Por lo tanto:

$$x^4 - 8x^2 + 15 = (x^2 - 3)(x^2 - 5)$$

- $a^6 - 7a^3 + 10$

Tenemos que encontrar 2 números cuya suma sea -7 y cuyo producto sea 10:

$$-2 \text{ y } -5 \text{ suman } -7$$

$$-2 \text{ por } -5 \text{ es igual a } 10$$

Por lo tanto:

$$a^6 - 7a^3 + 10 = (a^3 - 2)(a^3 - 5)$$

- $m^2 - 30m - 675$

Tenemos que encontrar 2 números cuya suma sea -30 y cuyo producto sea -675:

$$15 \text{ y } -45 \text{ suman } -30$$

$$15 \text{ por } -45 \text{ es igual a } -675$$

Por lo tanto:

$$m^2 - 30m - 675 = (m + 15)(m - 45)$$

3. Factorización de un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

- $5x^2 + 4x - 12$

Formamos el producto $(5)(-12)=-60$

10 y -6 son dos factores de -60 que suman 4

Ahora reescribimos la expresión original: $5x^2 + 10x - 6x - 12$

Finalmente tomamos el factor común de cada término:

$$5x^2 + 10x - 6x - 12 = 5x(x + 2) - 6(x + 2)$$

$$5x^2 + 4x - 12 = (5x - 6)(x + 2)$$

- $12 - 7x - 10x^2$

Ordenamos el trinomio convenientemente: $-10x^2 - 7x + 12$

Formamos el producto $(-10)(12)=-120$

-15 y 8 son dos factores de -120 que suman -7

Ahora reescribimos la expresión original: $-10x^2 - 15x + 8x + 12$

Finalmente tomamos el factor común de cada término:

$$-10x^2 - 15x + 8x + 12 = -5x(2x + 3) + 4(2x + 3)$$

$$-10x^2 - 7x + 12 = (-5x + 4)(2x + 3)$$

- $5 + 7x - 6x^2$

Ordenamos el trinomio convenientemente: $-6x^2 + 7x + 5$

Formamos el producto $(-6)(5)=-30$

10 y -3 son dos factores de -30 que suman 7

Ahora reescribimos la expresión original: $-6x^2 + 10x - 3x + 5$

Finalmente tomamos el factor común de cada término:

$$-6x^2 + 10x - 3x + 5 = -2x(3x - 5) - (3x - 5)$$

$$-6x^2 + 7x + 5 = (-2x - 1)(3x - 5)$$

- $18a^2 + 17a - 15$

Formamos el producto $(18)(-15)=-270$

27 y -10 son dos factores de -270 que suman 17

Ahora reescribimos la expresión original: $18a^2 + 27a - 10a - 15$

Finalmente tomamos el factor común de cada término:

$$18a^2 + 27a - 10a - 15 = 9a(2a + 3) - 5(2a + 3)$$

$$18a^2 + 17a - 15 = (9a - 5)(2a + 3)$$

- $4x^2 + 7mnx - 15m^2n^2$

Formamos el producto $(4)(-15)=-60$

12 y -5 son dos factores de -60 que suman 7

Ahora reescribimos la expresión original:

$$4x^2 + 12mnx - 5mnx - 15m^2n^2$$

Finalmente tomamos el factor común de cada término:

$$4x^2 + 12mnx - 5mnx - 15m^2n^2 = 4x(x + 3mn) - 5mn(x + 3mn)$$

$$4x^2 + 7mnx - 15m^2n^2 = (4x - 5mn)(x + 3mn)$$